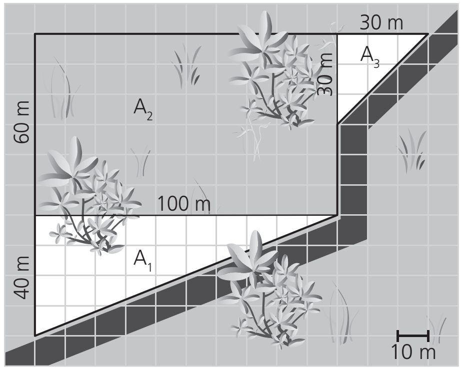
Flächeninhalt von Vielecken berechnen

Grundsätzlich lässt sich jedes Vieleck in Dreiecke zerlegen. So lässt sich auf diese Weise auch der Flächeninhalt bestimmen. Mitunter kann es jedoch zur Berechnung des Flächeninhalts vorteilhafter sein, andere Aufteilungen mit bekannten Formen vorzunehmen.

Flächenberechnungen von Rechtecken, Parallelogrammen und Dreiecken sind den Schülern bekannt und helfen auf diesen Seiten die Flächeninhalte von unterschiedlichen Vielecken zu berechnen.

L

1 a)/b) Beispiel einer Aufteilung der Grundstücksfläche in zwei Dreiecke (1 und 3) und ein Rechteck 2 und Berechnung:



Dreieck 1: $A_1 = \frac{100 \cdot 40}{2} = 2\,000\ (\text{m}^2)$

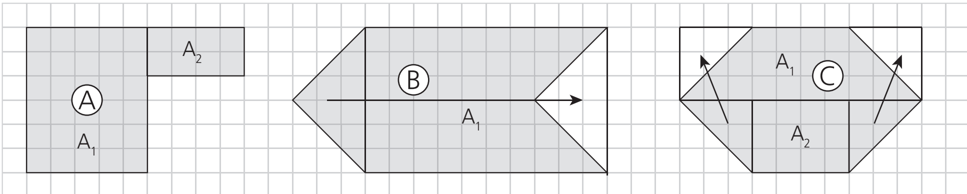
Rechteck 2: $A_2 = 100 \cdot 60 = 6\,000\ (\text{m}^2)$

Dreieck 3: $A_3 = \frac{30 \cdot 30}{2} = 450\ (\text{m}^2)$

Gesamtfläche: $A_1 + A_2 + A_3 = 8\,450\ \text{m}^2$

2 Otto hat Recht.
Bei den Aufteilungen sind individuelle Lösungen möglich.

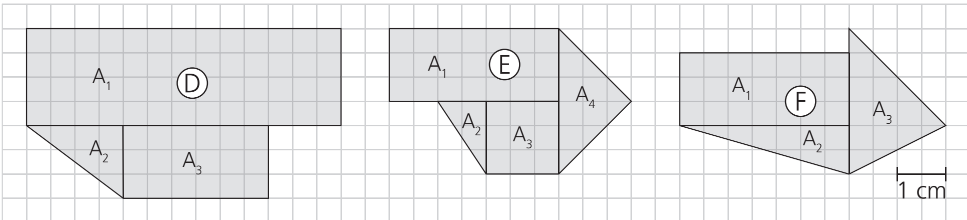
3 a)/b) Beispiele (möglich sind auch Verschiebungen zu Rechtecken):



$A_{A} = 2{,}5 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 9{,}5\ (\text{cm}^2)$

$A_{B} = 5 \cdot 3 = 15\ (\text{cm}^2)$

$A_{C} = 5 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 1{,}5 = 10{,}5\ (\text{cm}^2)$

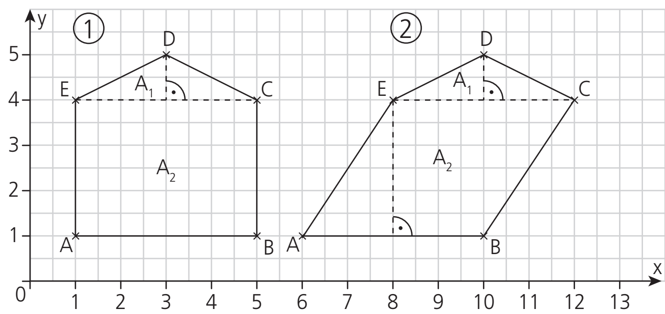


$A_{D} = 6{,}5 \cdot 2 + \frac{2 \cdot 1{,}5}{2} + 3 \cdot 1{,}5 = 19\ (\text{cm}^2)$

$A_{E} = 3{,}5 \cdot 1{,}5 + \frac{1 \cdot 1{,}5}{2} + 1{,}5 \cdot 1{,}5 + \frac{3 \cdot 1{,}5}{2} = 10{,}5\ (\text{cm}^2)$

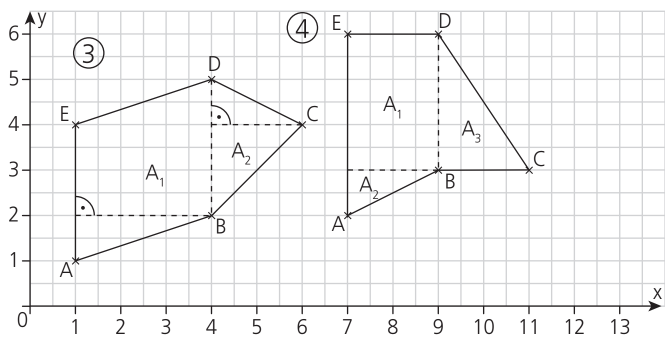
$A_{F} = 3{,}5 \cdot 1{,}5 + \frac{3{,}5 \cdot 1}{2} + \frac{3 \cdot 2}{2} = 10\ (\text{cm}^2)$

4



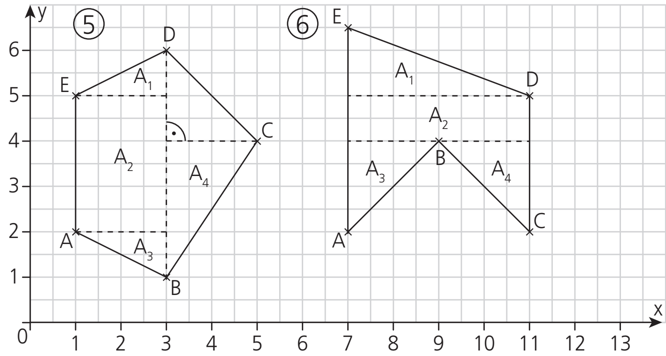
$A_{1} = 2\ \text{cm}^2 + 12\ \text{cm}^2 = 14\ \text{cm}^2$

$A_{2} = 2\ \text{cm}^2 + 12\ \text{cm}^2 = 14\ \text{cm}^2$



$A_{3} = 9\ \text{cm}^2 + 3\ \text{cm}^2 = 12\ \text{cm}^2$

$A_{4} = 6\ \text{cm}^2 + 1\ \text{cm}^2 + 3\ \text{cm}^2 = 10\ \text{cm}^2$

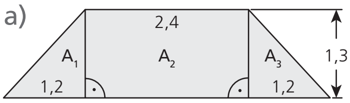


$A_{⑤} = 1\ cm^2 + 6\ cm^2 + 1\ cm^2$
$+ 5\ cm^2$
$= 13\ cm^2$

$A_{⑥} = 3\ cm^2 + 4\ cm^2 + 2\ cm^2$
$+ 2\ cm^2$
$= 11\ cm^2$

5 Mögliche Aufteilungen:

a)

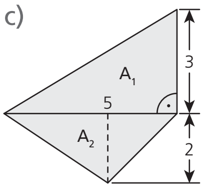


$A = 0{,}78 + 3{,}12 + 0{,}78 = 4{,}68\ (cm^2)$

b)

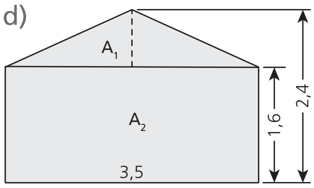
$A = 4{,}68 + 1{,}43 = 6{,}11\ (cm^2)$

c)



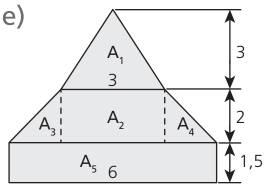
$A = 7{,}5 + 5 = 12{,}5\ (cm^2)$

d)



$A = 5{,}6 + 1{,}4 = 7\ (cm^2)$

e)



$A = 4{,}5 + 6 + 1{,}5 + 1{,}5 + 9$
$= 22{,}5\ (cm^2)$

6 a) Die Fläche Bayerns lässt sich annähernd durch zwei Parallelogramme umgrenzen. Dabei ist der nördliche Teil Bayerns eher in westliche Richtung „geneigt", der südliche Teil Bayerns „ragt" in östliche Richtung.

b) Die Parallelogramme decken die Fläche Bayern annähernd ab. Einbuchtungen sind durch Überstände ausgeglichen.

c) Durch Messen ergibt sich: Die Grundseite a ist rund 8,8 cm lang, die Höhe des unteren Parallelogramms h_1 rund 5,5 cm, die des oberen Parallelogramms h_2 rund 7,3 cm.
Rechnet man die Längen im Maßstab 1 : 2 500 000 um, ergibt sich für die wirklichen Längen:
$a = 8{,}8\ cm \cdot 2\,500\,000 = 22\,000\,000\ cm = 220\ km$
$h_1 = 5{,}5\ cm \cdot 2\,500\,000 = 13\,750\,000\ cm = 137{,}5\ km$
$h_2 = 7{,}3\ cm \cdot 2\,500\,000 = 18\,250\,000\ cm = 182{,}5\ km$
Flächeninhalte der Parallelogramme:
$A_{P1} = 220 \cdot 137{,}5 = 30\,250\ (km^2)$
$A_{P2} = 220 \cdot 182{,}5 = 40\,150\ (km^2)$
$A_{gesamt} = 30\,250\ km^2 + 40\,150\ km^2 = 70\,400\ km^2$
Abweichung gegenüber der wirklichen Größe: $70\,550\ km^2 - 70\,400\ km^2 = 150\ km^2$.
Die Abweichung beträgt nur rund 0,2 %.

d) Schon kleine Abweichungen beim Messen ergeben große Unterschiede in der realen Fläche. So kann man als Grundseite durchaus auch 8,7 cm oder 8,75 cm messen, wie bestimmt auch bei manchen Schülern so geschehen.
1 mm ergibt maßstäblich umgerechnet 2,5 km.
Flächenminderung:
$A_{P1} = 2{,}5 \cdot 137{,}5 = 343{,}75\ (km^2)$
$A_{P2} = 2{,}5 \cdot 182{,}5 = 456{,}25\ (km^2)$
$A_{gesamt} = 800\ km^2$

e) Individuelle Lösungen sind möglich.

AH 29